

Жадные алгоритмы в задачах оптимизации качества ранжирования

Андрей Гулин, Павел Карпович

Москва
2009



Аннотация

Жадные алгоритмы (boosting модели) хорошо зарекомендовали себя при решении практических задач машинного обучения. В докладе будет рассказано об использовании данных техник при оптимизации качества ранжирования поисковой системы. Доклад состоит из двух частей. Первая часть является кратким описанием самой задачи улучшения качества ранжирования и используемых подходов к решению данной проблемы. Во второй части будет изложен один из классических "boosting" алгоритмов и примеры использования его модификаций на практике.

Содержание

- Задача ранжирования.
 - Меры качества(метрики).
 - Факторная модель ранжирования.
 - Задачи оптимизации (прямая максимизация метрик, аппроксимация оценки, оптимизация порядка на парах документов).
- Аппроксимация оценки релевантности. Жадные алгоритмы оптимизации.
- Модификация MatrixNet.
- Прямая максимизация метрик. Аппроксимация сложных дискретных метрик(DCG, nDCG).

Задача ранжирования

Главная цель: упорядочить документы по степени их соответствия поисковому запросу.

Как измерить качество поиска?

Данные:

- Набор поисковых запросов $Q = \{q_1, \dots, q_n\}$.
- Набор документов для каждого запроса $q \in Q$.

$$q \rightarrow \{d_1, d_2, \dots\}$$

- Оценки релевантности для каждой пары (*query*, *document*)
(В нашей модели это будут действительные числа от 0 до 1 - $rel(q, d) \in [0, 1]$)

Меры качества (метрики)

Оценкой качества ранжирования является среднее значение метрики качества:

$$\frac{\sum_{q \in Q} EvMeas(\text{ranking for query } q)}{n}$$

Пример метрики качества *EvMeas*:

- **Precision-10** - процент документов с положительными оценками релевантности в top-10

Меры качества (метрики)

Оценкой качества ранжирования является среднее значение метрики качества:

$$\frac{\sum_{q \in Q} EvMeas(\text{ranking for query } q)}{n}$$

Пример метрики качества *EvMeas*:

- **Precision-10** - процент документов с положительными оценками релевантности в top-10

Меры качества (метрики)

- **MAP** - mean average precision

$$MAP(\text{ranking for query } q) = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \frac{i}{n_r(i)}$$

k - количество документов с положительными оценками релевантности для запроса q , $n_r(i)$ - позиция i -го документа с оценкой релевантности большей 0 в ранжировании.

Пример вычисления MAP

Запрос q и документы для него

$$q \rightarrow \{d_1, d_2, d_3, d_4, d_5\}$$

Ранжирование для запроса:

1. d_3 - 0.5
2. d_5 - 0
3. d_1 - 0
4. d_4 - 0.1
5. d_2 - 0

$$MAP = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \frac{i}{n_r(i)} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{1} + \frac{2}{4} \right)$$

Меры качества (метрики)

- **DCG - discounted cumulative gain**

$$DCG(\textit{ranking for query } q) = \sum_{j=1}^{N_q} \frac{rel_j}{\log_2 j + 1}$$

N_q - количество документов для запроса, rel_j - релевантность документа на позиции j .

- **нормализованный DCG (nDCG)**

$$nDCG(\dots) = \frac{DCG(\textit{ranking for query } q)}{DCG(\textit{ideal ranking for query } q)}$$

Пример вычисления метрики DCG

Запрос q и документы для него

$$q \rightarrow \{d_1, d_2, d_3, d_4, d_5\}$$

Ранжирование для запроса:

1. d_3 - 0.5
2. d_5 - 0
3. d_1 - 0
4. d_4 - 0.1
5. d_2 - 0

$$DCG = \sum_{j=1}^{N_q} \frac{rel_j}{\log_2 j + 1} = \frac{1}{5} \left(\frac{0.5}{\log_2 1 + 1} + \frac{0.1}{\log_2 4 + 1} \right)$$

Факторная модель ранжирования

- Каждая пара (*query*, *document*) описывается вектором факторов.

$$(q, d) \rightarrow (f_1(q, d), f_2(q, d), \dots)$$

- Поисквое ранжирование осуществляется сортировкой по значению "функции релевантности". *Функция релевантности* - некоторая функция от вектора факторов:

$$fr(q, d) = 3.14 \cdot \log_7(f_9(q, d)) + e^{f_{66}(q, d)} + \dots$$

Факторная модель ранжирования

- Каждая пара (*query*, *document*) описывается вектором факторов.

$$(q, d) \rightarrow (f_1(q, d), f_2(q, d), \dots)$$

- Поисквое ранжирование осуществляется сортировкой по значению "**функции релевантности**". **Функция релевантности** - некоторая функция от вектора факторов:

$$fr(q, d) = 3.14 \cdot \log_7(f_9(q, d)) + e^{f_{66}(q, d)} + \dots$$

Задачи оптимизации

Как получить хорошую функцию релевантности?

Обучающая выборка примеров P_l - множество пар (q, d) и их оценки релевантности $rel(q, d)$.

Использование методов машинного обучения для получения функции релевантности fr .

Задачи оптимизации (прямой подход)

- Прямая максимизация метрики:

$$\arg \max_{fr \in F} = \frac{\sum_{q \in Q_l} EvMeas(\text{ranking for query } q \text{ with } fr)}{n}$$

F - множество допустимых функций релевантности. Q_l - множество различных запросов в обучающем множестве P_l

Сложности: большинство метрик качества не являются непрерывными функциями.

Задачи оптимизации (аппроксимация оценки)

- Сведем оптимизационную задачу к задаче регрессии и минимизируем функцию ошибки - сумму значений функции потерь на примерах из обучающей выборки:

$$\arg \min_{fr \in F} L_t(fr) = \frac{\sum_{(q,d) \in P_t} L(fr(q,d), rel(q,d))}{n}$$

$L(fr(q,d), rel(q,d))$ - функция потерь, F - множество допустимых функций релевантности. Примеры функций потерь:

- $L(fr, rel) = (fr - rel)^2$
- $L(fr, rel) = |fr - rel|$

Задачи оптимизации (оптимизация порядка на парах)

- Использовать разработанные методы машинного обучения для задач классификации (SVM, ...) при решении следующей проблемы:
 - упорядоченная пара документов (d_1, d_2) (документы для запроса q) принадлежит первому классу тогда и только тогда, когда $rel(q, d_1) > rel(q, d_2)$
 - упорядоченная пара документов (d_1, d_2) (документы для запроса q) принадлежит второму классу тогда и только тогда, когда $rel(q, d_1) \leq rel(q, d_2)$

Жадные алгоритмы оптимизации

Мы будем решать задачу регрессии:

$$\arg \min_{fr \in F} \frac{\sum_{(q,d) \in P_l} L(fr(q,d), rel(q,d))}{n}$$

Будем искать функцию релевантности в следующей форме:

$$fr(q,d) = \sum_{k=1}^M \alpha_k h_k(q,d)$$

Функция релевантности ищется в виде линейной комбинации функций $h_k(q,d)$, слагаемые $h_k(q,d)$ принадлежат простому семейству H (семейство слабых алгоритмов обучения).

Жадные алгоритмы оптимизации

Мы будем решать задачу регрессии:

$$\arg \min_{fr \in F} \frac{\sum_{(q,d) \in P_l} L(fr(q,d), rel(q,d))}{n}$$

Будем искать функцию релевантности в следующей форме:

$$fr(q,d) = \sum_{k=1}^M \alpha_k h_k(q,d)$$

Функция релевантности ищется в виде линейной комбинации функций $h_k(q,d)$, слагаемые $h_k(q,d)$ принадлежат простому семейству H (семейство слабых алгоритмов обучения) .

Жадные алгоритмы оптимизации

Функцию релевантности будем строить итеративно. На каждой итерации мы будем добавлять слагаемое $\alpha_k h_k(q, d)$ к текущей функции релевантности:

$$fr_k(q, d) = fr_{k-1}(q, d) + \alpha_k h_k(q, d)$$

Значение параметра α_k и слабый алгоритм обучения $h_k(q, d)$ будут решением естественной задачи оптимизации:

$$\arg \min_{\alpha, h(q, d)} \frac{\sum_{(q, d) \in P_l} L(fr_{k-1}(q, d) + \alpha h(q, d), rel(q, d))}{n}$$

Данная задача может быть легко решена для квадратичной функции потерь и простых классов H .

Жадные алгоритмы оптимизации

Функцию релевантности будем строить итеративно. На каждой итерации мы будем добавлять слагаемое $\alpha_k h_k(q, d)$ к текущей функции релевантности:

$$fr_k(q, d) = fr_{k-1}(q, d) + \alpha_k h_k(q, d)$$

Значение параметра α_k и слабый алгоритм обучения $h_k(q, d)$ будут решением естественной задачи оптимизации:

$$\arg \min_{\alpha, h(q, d)} \frac{\sum_{(q, d) \in P_l} L(fr_{k-1}(q, d) + \alpha h(q, d), rel(q, d))}{n}$$

Данная задача может быть легко решена для квадратичной функции потерь и простых классов H .

Жадные алгоритмы оптимизации

Мы будем строить слагаемое $\alpha_k h_k(q, d)$ в три шага:

- **Аппроксимация градиента.** Рассмотрим функцию релевантности fr как вектор чисел, проиндексированный примерами из обучающей выборки. Вычислим вектор градиента $g = \{g_{(q,d)}\}_{(q,d) \in P_l}$ для функции ошибки:

$$g_{(q,d)} = \left[\frac{\partial L_t(fr)}{\partial fr(q, d)} \right]_{fr=fr_{k-1}}$$

- **Выбор слабого алгоритма обучения** (с точностью до константы). Найдем функцию $h_k(q, d)$, как решение следующей оптимизационной задачи:

$$\arg \min_{\beta, h(q,d) \in H} \sum_{(q,d) \in P_l} (g_{(q,d)} - \beta h(q, d))^2$$

Жадные алгоритмы оптимизации

Мы будем строить слагаемое $\alpha_k h_k(q, d)$ в три шага:

- **Аппроксимация градиента.** Рассмотрим функцию релевантности fr как вектор чисел, проиндексированный примерами из обучающей выборки. Вычислим вектор градиента $g = \{g_{(q,d)}\}_{(q,d) \in P_l}$ для функции ошибки:

$$g_{(q,d)} = \left[\frac{\partial L_t(fr)}{\partial fr(q, d)} \right]_{fr=fr_{k-1}}$$

- **Выбор слабого алгоритма обучения** (с точностью до константы). Найдем функцию $h_k(q, d)$, как решение следующей оптимизационной задачи:

$$\arg \min_{\beta, h(q,d) \in H} \sum_{(q,d) \in P_l} (g_{(q,d)} - \beta h(q, d))^2$$

Жадные алгоритмы обучения

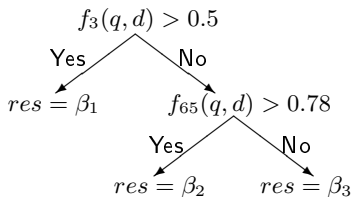
- **Выбор параметра α_k .** Найдем значение α_k , решая однопараметрическую задачу оптимизации:

$$\arg \min_{\alpha} \frac{\sum_{(q,d) \in P_l} L(fr_{k-1}(q, d) + \alpha h_k(q, d), rel(q, d))}{n}$$

Повторяем... Повторяем... Повторяем...

Выбор слабого алгоритма обучения

Пусть наш класс простых функций H будет семейством деревьев решений:



Пример дерева решений. Признаковое пространство разбивается на 3 области условиями в форме $f_j(q, d) > \alpha$ (f_j - признак разбиения, α - граница разбиения). Дерево решения является константной функцией на каждой из областей разбиения.

Выбор слабого алгоритма обучения

В нашей модели мы будем использовать деревья решений, разбивающие пространство на 6 областей. Попытаемся решить задачу оптимизации:

$$\arg \min_{h(q,d) \in H} \sum_{(q,d) \in P_l} (g(q,d) - \beta h(q,d))^2$$

Предположим, что мы знаем структуру дерева решения $h(q,d)$ - знаем условия разбиения и области разбиения. Необходимо найти только значения функции в областях разбиения. Задача оптимизации сводится к обычной задаче регрессии:

$$\arg \min_{h(q,d) \in H, \beta} \sum_{(q,d) \in P_l} (g(q,d) - \beta \beta_{ind(q,d)})^2$$

$ind(q,d)$ - номер области разбиения, которая содержит вектор факторов для пары (q,d) ($ind(q,d) \in \{1, \dots, 6\}$).

Выбор слабого алгоритма обучения

В нашей модели мы будем использовать деревья решений, разбивающие пространство на 6 областей. Попытаемся решить задачу оптимизации:

$$\arg \min_{h(q,d) \in H} \sum_{(q,d) \in P_l} (g(q,d) - \beta h(q,d))^2$$

Предположим, что мы знаем структуру дерева решения $h(q,d)$ - знаем условия разбиения и области разбиения. Необходимо найти только значения функции в областях разбиения. Задача оптимизации сводится к обычной задаче регрессии:

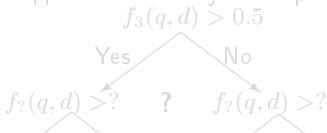
$$\arg \min_{h(q,d) \in H, \beta} \sum_{(q,d) \in P_l} (g(q,d) - \beta \beta_{ind(q,d)})^2$$

$ind(q,d)$ - номер области разбиения, которая содержит вектор факторов для пары (q,d) ($ind(q,d) \in \{1, \dots, 6\}$).

Выбор слабого алгоритма обучения

Жадный выбор дерева:

- $bestTree$ = константная функция (дерево с одной областью).
- Жадное разбиение. Пытаемся разбить одну из областей дерева $bestTree$ на две и найти лучшее разбиение.



Предположим, что у нас есть ограниченное количество возможных границ разбиения α_k . Тогда количество способов разбиения ограничено числом

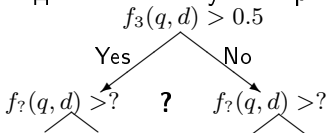
$$\#\{regions\} \cdot \#\{features\} \cdot \#\{split\ bounds\}$$

- Повторяем предыдущий шаг.

Выбор слабого алгоритма обучения

Жадный выбор дерева:

- $bestTree$ = константная функция (дерево с одной областью).
- **Жадное разбиение.** Пытаемся разбить одну из областей дерева $bestTree$ на две и найти лучшее разбиение.



Предположим, что у нас есть ограниченное количество возможных границ разбиения α_k . Тогда количество способов разбиения ограничено числом

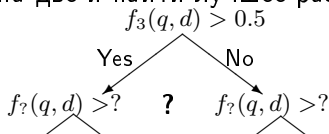
$$\#\{regions\} \cdot \#\{features\} \cdot \#\{split\ bounds\}$$

- Повторяем предыдущий шаг.

Выбор слабого алгоритма обучения

Жадный выбор дерева:

- $bestTree$ = константная функция (дерево с одной областью).
- **Жадное разбиение.** Пытаемся разбить одну из областей дерева $bestTree$ на две и найти лучшее разбиение.



Предположим, что у нас есть ограниченное количество возможных границ разбиения α_k . Тогда количество способов разбиения ограничено числом

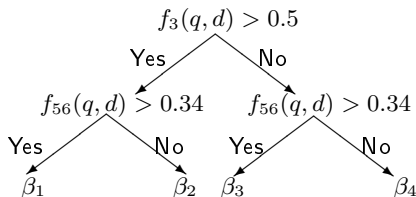
$$\#\{regions\} \cdot \#\{features\} \cdot \#\{split\ bounds\}$$

- Повторяем предыдущий шаг.

MatrixNet

Множество слабых алгоритмов- полные деревья решения с глубиной k и 2^k областями разбиения признакового пространства.

- Фиксированное количество слоев (фиксированная глубина дерева).
- Одни и те же условия разбиения на каждом слое.



Не нужна сложная структура у дерева: глубина дерева является главным параметром.

MatrixNet



Internet Mathematics 2009

company → internet-mathematics

Search

Leaderboard

The table shows both final contest results (May 15, 2009) and new results. Read more about the contest task and evaluation in the [Datasets](#) section.

↑ 2009

[Datasets](#)

[on](#)

[olution](#)

[ard](#)

[d Conditions](#)

MatrixNet



Team	Last upload time	Number of trials	Last result (public evaluation)	Final result
Joker	05.09.2009 (05:07 GMT+03)	2	4.283317	4.151528
Euclid	24.08.2009 (09:12 GMT+03)	30	4.280853	4.149605
alexeigor	07.05.2009 (17:02 GMT+03)	118	4.280676	4.141230
MysteriousGuest	24.08.2009 (12:33 GMT+03)	1	4.279174	4.143886
Победа	17.03.2009 (16:25 GMT+03)	3	4.276001	4.139854
ACGT	15.05.2009 (14:03 GMT+03)	21	4.274666	4.128807
WoodWeb	22.04.2009 (23:09 GMT+03)	12	4.267894	4.127612
Nordic	15.05.2009 (23:37 GMT+03)	4	4.266904	3.857102
stochastic	15.05.2009 (23:43 GMT+03)	176	4.266712	4.118830
Test	15.05.2009 (23:45 GMT+03)	58	4.264024	3.859052
ZENIT	15.05.2009 (23:20 GMT+03)	206	4.259964	4.117877
Euclid	08.05.2009 (21:46 GMT+03)	40	4.257802	4.122558

Аппроксимация сложных метрик (DCG)

Рассмотрим вероятностную модель ранжирования. Аппроксимацией метрики DCG для запроса q , множества документов $\{d_1, \dots, d_n\}$, и функции релевантности $fr(q, d)$ будет метрика $apxDCG$:

$$apxDCG = \sum_{r \in \text{all permutations of docs}} P(fr, r) DCG(r)$$

$P(fr, r)$ - вероятность получить ранжирование r в модели

Luce-Plackett. $DCG(r)$ - DCG метрика для перестановки r .

Модель Luce-Plackett

Есть набор документов $\{d_1, \dots, d_n\}$ и набор значений релевантности $\{fr(q, d_1), \dots, fr(q, d_n)\}$ для них.

Процесс выбора ранжирования в модели Luce-Plackett:

- Выбираем документ для первой позиции. Вероятность выбора документа d_i равна $\frac{fr(q, d_i)}{\sum_{i=1}^n fr(q, d_i)}$. Допустим, что мы выбрали d_x .
- Вторым документ выбирается из остальных. Вероятность выбора документа d_i равна $\frac{fr(q, d_i)}{\sum_{i=1}^n fr(q, d_i) - fr(q, d_x)}$
- ...





Для каждого шага, если два документа d_i и d_j участвуют в нем, то отношение между вероятностями их выбора должно быть равно $\frac{fr(q, d_i)}{fr(q, d_j)}$

Модель Luce-Plackett

$\{d'_1, \dots, d'_n\}$ - перестановка документов $\{d_1, \dots, d_n\}$

$$P(fr, \{d'_1, \dots, d'_n\}) = \prod_{j=1}^n \frac{fr(q, d'_j)}{\sum_{k=j}^n fr(q, d'_k)}$$

Спасибо за внимание.

-  Tie-Yan Liu. Learning to Rank for Information Retrieval. Tutorial on WWW2008.
-  Friedman, J. H. (2001). Greedy function approximation: A gradient boosting machine. *Annals of Statistics*, 29(5), 1189-1232.
-  Friedman, J. H. (1999). Stochastic gradient boosting (Tech. Rep.). Palo. Alto, CA: Stanford University, Statistics Department.
-  Plackett, R. L. (1975). The analysis of permutations. *Applied Statistics*, 24, 193-202